



2026-yil 15-iyul, Chorshanba

1-Masala Duskada 1 dan katta 2026 ta butun son yozilgan (turli bo'lishi shart emas). Konfutsiy har bir qadamda ikkita $m > 1$ va $n > 1$ butun sonlarni tanlaydi va ularni quyidagi ikkita butun sonlar bilan almashtiradi

$$\text{EKUB}(m, n) \quad \text{va} \quad \frac{\text{EKUK}(m, n)}{\text{EKUB}(m, n)}.$$

U bu qadamlarni to'xtab qolmaguncha davom ettiraveradi.

(a) Konfutsiyning har bir qadamda qanday juftliklarni tanlashidan qat'iy nazar, chekli sondagi qadamlardan so'ng duskada 1 dan katta aynan bitta M butun soni qolishini isbotlang.

(b) M soni Konfutsiyning qanday juftliklar tanlashiga bog'liq emasligini isbotlang.

(Izoh: $\text{EKUB}(x, y)$ - x va y butun musbat sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisi va $\text{EKUK}(x, y)$ - x va y butun musbat sonlarining eng kichik umumiy karralisi.)

2-Masala ABC uchburchakda M va N nuqtalar mos ravishda AB va AC tomonlarning o'rtalari bo'lsin. Aytaylik K va L nuqtalar mos ravishda BMC va BNC uchburchaklarning qat'iy ichida joylashgan bo'lib, bunda K nuqta ABL uchburchakning qat'iy ichida joylashgan hamda L nuqta AKC uchburchakning qat'iy ichida joylashgan. Ma'lumki,

$$\angle KBA = \angle ACL, \quad \angle LBK = \angle LNC, \quad \text{va} \quad \angle LCK = \angle BMK.$$

Agar O nuqta AKL uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi bo'lsa, $OM = ON$ ekanini isbotlang.

3-Masala n musbat butun son bo'lsin. Liu Bang va Xiang Yu da uzunligi 1 ga teng bo'lgan cho'p bor va ularni buni o'zaro bo'lib olishmoqchi. Liu ushbu cho'pda ko'pi bilan n ta nuqtani belgilaydi. Undan so'ng Xiang ham ushbu cho'pda ko'pi bilan n ta nuqtani belgilaydi. Barcha belgilangan nuqtalar turli. So'ngra, cho'pni belgilangan barcha nuqtalar orqali kesib, kichik qismlarga arjatomiz. Shundan so'ng, ular navbat bilan egallanmagan cho'p bo'lakchalarini o'zlariga olib boshlaydilar, o'yinni Liu boshlaydi. Har bir o'yinchining maqsadi o'zi olgan cho'p bo'lakchalarining umumiy uzunligini maksimal qilish.

Xiang ning qanday o'ynashidan qat'iy nazar, Liu o'zining cho'plarining umumiy uzunligini kafolatli ravishda eng kamida c bo'ladigan qilib tanlashi mumkin. Har bir n uchun, c ning eng katta qiymatini toping.



2026-yil 16-iyul, Payshanba

4-Masala Shan-Yu va Mulan quyidagi o'yinni o'ynayapti. Aytaylik, $0^\circ < \theta < 180^\circ$ shartni qanoatlantiruvchi θ burchak ikkala o'yinchiga ham ma'lum. Dastlab, Shan-Yu qog'ozdan $\mathcal{T}$ uchburchakni yasaydi, bunda u uchburchakning burchak o'lchovlarini o'zining xohishiga ko'ra tanlaydi. Shundan so'ng, ular quyidagi qadamlarni navbat bilan takrorlaydi:

- Agar $\mathcal{T}$ uchburchakning kamida bitta burchagi aynan θ ga teng bo'lsa, u holda o'yin to'xtatiladi va Mulan g'olib deb topiladi.
- Aks holda, Mulan $\mathcal{T}$ uchburchakning tomonlaridan birida uning uchlaridan farqli bo'lgan P nuqtani tanlaydi. Shundan so'ng, u P nuqta va $\mathcal{T}$ uchburchakning qarama-qarshi uchini tutashtirib qirqdi va bu uchburchakni ikkita uchburchakka ajratdi.
- Shan-Yu hosil bo'lgan ikki uchburchakdan birini olib tashlaydi. Qolgan uchburchak esa yangi $\mathcal{T}$ uchburchak hisoblanadi.

Shan-Yu qanday o'ynashidan qat'iy nazar, Mulan chekli sonda qadamlardan so'ng kafolatli g'alabani ta'minlay oladigan θ ning barcha haqiqiy qiymatlarini toping.

5-Masala $\mathbb{R}_{>0}$ musbat haqiqiy sonlar to'plami bo'lsin. Barcha $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$ uchun quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi barcha $f: \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ funksiyalarni aniqlang:

$$\sqrt{\frac{x^2 + f(y)^2}{2}} \geq \frac{f(x) + y}{2} \geq \sqrt{xf(y)}$$

6-Masala Aytaylik $a_1, a_2, a_3, \dots$ ketma-ketlik 1 dan katta bo'lgan musbat butun sonlarning cheksiz ketma-ketligi bo'lsin. Ma'lumki, barcha musbat butun n sonlar uchun, a_{n+1} soni quyidagi shartni qanoatlantiruvchi a_n dan katta bo'lgan eng kichik musbat butun sonidir: $\text{EKUB}(a_{n+1}, a_i) > 1$ har bir $i = 1, 2, \dots, n$ uchun o'rinli. Har bir musbat butun son n uchun

$$a_{n+T} = a_n + L$$

tenglik o'rinli bo'ladigan shunday T va L musbat butun sonlar mavjudligini isbotlang. (Izoh: $\text{EKUB}(x, y)$ - x va y butun musbat sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisi.)