



Çarşamba, 15 Temmuz 2026

Soru 1. Bir tahtaya her biri 1'den büyük olan 2026 tane tam sayı yazılmıştır ve bu sayılar birbirinden farklı olmak zorunda değildir. Confucius her hamlesinde tahtanın farklı yerlerine yazılmış $m > 1$ ve $n > 1$ tam sayılarını seçiyor ve bu sayıları silip yerlerine

$$\text{ebob}(m, n) \quad \text{ve} \quad \frac{\text{ekok}(m, n)}{\text{ebob}(m, n)}$$

tam sayılarını yazıyor. Confucius hamle yapabildiği sürece hamle yapmaya devam ediyor.

(a) Confucius hamlelerini nasıl yaparsa yapsın sonlu hamle sonucunda tahtadaki sayıların biri dışında hepsinin 1 ve birinin de 1'den büyük olan bir M sayısına eşit olacağını gösteriniz.

(b) M sayısının değerinin Confucius'un hamlelerinden bağımsız olduğunu gösteriniz.

($\text{ebob}(x, y)$ ile x ve y sayılarının en büyük ortak böleni, ve $\text{ekok}(x, y)$ ile x ve y sayılarının en küçük ortak katı gösterilmektedir.)

Soru 2. Bir ABC üçgeninde $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarının orta noktaları sırasıyla M ve N olsun. Sırasıyla BMC ve BNC üçgenlerinin iç bölgelerinde yer alan K ve L noktaları, K noktası ABL üçgeninin iç bölgesinde ve L noktası AKC üçgeninin iç bölgesinde yer alacak şekilde seçiliyor.

$$\angle KBA = \angle ACL, \quad \angle LBK = \angle LNC \quad \text{ve} \quad \angle LCK = \angle BMK$$

olduğu verilmiştir. AKL üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O olsun. $|OM| = |ON|$ olduğunu gösteriniz.

Soru 3. n verilmiş bir pozitif tam sayı olsun. Liu Bang ve Xiang Yu 1 uzunluğunda bir çubuğu kendi aralarında bölmek istiyor. Başlangıçta Liu çubuk üzerinde en fazla n tane nokta işaretliyor ve bundan sonra Xiang çubuk üzerinde en fazla n tane nokta işaretliyor. İşaretlenmiş noktalar birbirlerinden farklı olmalıdır. Daha sonra bu çubuk tüm işaretli noktalardan kesilerek parçalara ayrılıyor. Sonrasında, oyuncular sırayla hamle yapıyorlar ve her hamlede sırası gelen oyuncu daha önce alınmamış parçalardan birini alıyor. İlk hamleyi Liu yapıyor. Her oyuncunun amacı, aldığı parçaların uzunluklarının toplamının mümkün olduğunca fazla olmasıdır.

n sayısı verildiğinde, Xiang nasıl oynarsa oynasın Liu aldığı parçaların uzunluklarının toplamının en az c olmasını garantileyebiliyorsa, c sayısının alabileceği en büyük değeri bulunuz.



Perşembe, 16 Temmuz 2026

Soru 4. Shan-Yu ve Mulan bir oyun oynuyor. θ açısı $0^\circ < \theta < 180^\circ$ olacak şekilde bir açıdır ve her iki oyuncu tarafından da bilinmektedir. Başlangıçta, Shan-Yu kağıttan istediği ölçülerde bir $\mathcal{T}$ üçgeni kesiyor. Daha sonra, oyuncular tekrar tekrar aşağıdaki hamleleri uyguluyor:

- Eğer $\mathcal{T}$ üçgeninin açılarından en az biri θ ya eşitse, oyun bitiyor ve Mulan kazanıyor.
- Aksi halde, Mulan $\mathcal{T}$ üçgeninin çevresi üzerinde, köşelerden farklı bir P noktası seçiyor. Daha sonra P noktasından bu noktanın karşısındaki köşeye kadar $\mathcal{T}$ üçgenini düz bir şekilde keserek $\mathcal{T}$ yi iki üçgene ayırıyor.
- Shan-Yu bu iki üçgenden istediği birini çöpe atıyor. Geriye kalan üçgen yeni $\mathcal{T}$ üçgeni oluyor.

θ açısının hangi değerleri için, Shan-Yu nasıl oynarsa oynasın Mulan sonlu hamle sonucunda oyunu kazanmayı garantileyebilir?

Soru 5. Tüm pozitif gerçel sayıların kümesi $\mathbb{R}_{>0}$ olsun. Her $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$ için

$$\sqrt{\frac{x^2 + f(y)^2}{2}} \geq \frac{f(x) + y}{2} \geq \sqrt{xf(y)}$$

koşulunu sağlayan tüm $f: \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ fonksiyonlarını bulunuz.

Soru 6. $a_1, a_2, a_3, \dots$ dizisi 1'den büyük pozitif tam sayılardan oluşan bir sonsuz dizi olsun. Her n pozitif tam sayısı için; a_{n+1} sayısı, her $i = 1, 2, \dots, n$ için $\text{ebob}(a_{n+1}, a_i) > 1$ koşulunu sağlayan ve a_n sayısından büyük olan en küçük pozitif tam sayıya eşittir. Öyle T ve L pozitif tam sayılarının bulunduğunu gösteriniz ki, her n pozitif tam sayısı için

$$a_{n+T} = a_n + L$$

koşulu sağlar.

($\text{ebob}(x, y)$ ile x ve y sayılarının en büyük ortak böleni gösterilmektedir.)