



Çarşenbe, 15. iýul 2026

Mesele 1. Dorskada 1-den uly 2026 sany bütin san ýazylan (dürli bolmagy şert däl). Konfutsiý her bir ädimde iki sany $m > 1$ we $n > 1$ bütin sanlary saýlaýar we olary aşakdaky iki sany bütin sanlar bilen çalyşýar

$$\text{IUUB}(m, n) \quad \text{we} \quad \frac{\text{IKUK}(m, n)}{\text{IUUB}(m, n)}.$$

Ol bu ädimleri mümkin boldygyça dowam etdirýär.

(a) Konfutsiýniň her bir ädimde nähili jübütleri saýlaýşyna seretmezden, çäkli sandaky ädimlerden soň dorskada 1-den uly anyk bir M bütin sanyň galjakdygyny subut ediň.

(b) M sanyň Konfutsiýniň nähili jübütleri saýlaýşyna bagly dældigini subut ediň.

(Bellik: $\text{IUUB}(x, y)$ - x we y butin polajitel sanlaryň iň uly umumy bölüjisi we $\text{IKUK}(x, y)$ - x we y butin polajitel sanlaryň iň kiçi umumy kratnysy.)

Mesele 2. ABC üçburçlukda M we N nokatlar degişlilikde AB we AC taraplarynyň ortalary bolsun. Goý K we L nokatlar degişlilikde BMC we BNC üçburçluklaryň anyk içinde ýerleşen bolup, K nokat ABL üçburçlugyň anyk içinde ýerleşen hem-de L nokat AKC üçburçlugyň anyk içinde ýerleşen. Eger,

$$\angle KBA = \angle ACL, \quad \angle LBK = \angle LNC, \quad \text{we} \quad \angle LCK = \angle BMK.$$

Eger O nokat AKL üçburçlugyň daşyndan çyzylan töweregiň merkezi bolsa, $OM = ON$ bolýandygyny subut ediň.

Mesele 3. n polajitel bütin san bolsun. Hemra we Ýunus uzynlygy 1 e deň bolan çöp bar we olar muny özara bölüşmekçi. Hemra bu çöpde n -den köp bolmadyk nokady belgileýär. Ondan soň Ýunus hem bu çöpde n -den köp bolmadyk sany nokady belgileýär. Ähli belgilenen nokatlar dürli. Soňra, çöpi belgilenen ähli nokatlar arkaly kesip, kiçi bölekler bölýäris. Şondan soň, olar gezekli gezegine eýelenmedik çöp böleklerini özüne alyp başlaýar, oýuny Hemra başlaýar. Her bir oýunçynyň maksady özi alan çöp bölekleriniň umumy uzynlygyny maksimal etmek.

Yunusyň nähili oýnaýşyna seretmezden, Hemra özüniň çöpleriniň umumy uzynlygyny iň azyndan c bolar ýaly saýlamagy mümkin. Her bir n üçin, c -iň iň uly bahasyny topyň.



Penşenbe, 16. iýul 2026

Mesele 4. Hemra we Ýunus aşakdaky oýuny oýnaýar. Goý, $0^\circ < \theta < 180^\circ$ şerti kanagatlandyryan θ burç iki oýunça hem mälim bolsun. Ilki bilen, Hemra kagyza $\mathcal{T}$ üçburçlugy çyzýar, munda ol üçburçlugyň burç ölçeglerini islegine görä saýlaýar. Ondan soň olar aşakdaky ädimleri gezekli gezegine gaýtalaýar:

- Eger $\mathcal{T}$ üçburçlugyň azyndan bir burçy anyk θ -a deň bolsa, onda oýun tamamlanýar we Ýunus utýar.
- Garşylykly ýagdaýda, Ýunus $\mathcal{T}$ üçburçlugyň taraplarynyň biriniň üstünden (depelerinden tapawutly bolan) P nokady saýlaýar we P nokat bilen $\mathcal{T}$ üçburçlugyň gapma-garşylykly ujyny birikdirmek arkaly iki sany üçburçluk ýasaýar.
- Hemra emele gelen iki üçburçlugyň birini aýyryp taşlaýar. Galan üçburçluk bolsa täze $\mathcal{T}$ üçburçluk hasaplanýar.

Hemranyň nähili oýnamagyna garamazdan, Ýunus çäkli sany ädimlerden soň özüne ýeňişi kepillendirip biljek θ -nyň ähli hakyky bahalaryny tapyň.

Mesele 5. Goý $\mathbb{R}_{>0}$ polajitel hakyky sanlaryň köplügi bolsun. Islendik $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$ üçin aşakdaky şertleri kanagatlandyryan ähli $f: \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ funksiýalary tapyň:

$$\sqrt{\frac{x^2 + f(y)^2}{2}} \geq \frac{f(x) + y}{2} \geq \sqrt{xf(y)}$$

Mesele 6. Goý $a_1, a_2, a_3, \dots$ yzygiderlik 1-den uly bolan polajitel bütün sanlaryň çäksiz yzygiderligi bolsun. Islendik polajitel bütün n sanlar üçin, a_{n+1} san aşakdaky şerti kanagatlandyryan a_n -den uly bolan iň kiçi polajitel bütün sandyr: $\text{IUUB}(a_{n+1}, a_i) > 1$ her bir $i = 1, 2, \dots, n$ üçin dogry. Islendik polajitel bütün san n üçin

$$a_{n+T} = a_n + L$$

deňlik kanagatlandyryan T we L sanlaryň bardygyny subut ediň.

(Bellik: $\text{IUUB}(x, y)$ - x we y bütün polajitel sanlaryň iň uly umumy bölüjisi.)