ថ្ងៃពុធ ទី១៥ កក្កដា ២០២៦

ចំណោទទី១ មាន 2026 ចំនួនគត់ធំជាង 1 មិនចាំបាច់ផ្សេងគ្នាពីរៗ សរសេរលើតារាងមួយ។ នៅនាទីនីមួយៗ ណូអេមី ជ្រើសរើសចំនួនគត់ពីរ $m > 1$ និង $n > 1$ ចេញកន្លែងផ្សេងគ្នានៃតារាង និងជំនួសចំនួនទាំងនេះដោយពីរចំនួនគត់

$$gcd(m,n) \qquad \text{និង} \qquad \frac{lcm(m,n)}{gcd(m,n)}$$

ណូអេមីបន្តធ្វើការផ្លាស់ចំនួនដែលគាត់អាចធ្វើទៅបាន។

1. បង្ហាញថាទោះជាការជ្រើសរើសរបស់ណូអេមីយ៉ាងណាក៏ដោយ ក្រោយការប្តូរច្រើនកំណត់ មានចំនួនគត់ M តែមួយគត់នៅលើតារាង ធំជាង 1 ។
2. បង្ហាញថាតម្លៃនៃ M មិនអាស្រ័យនឹងការជ្រើសរើសរបស់ណូអេមីទេ។

សម្គាល់៖ យើងកំណត់យក $gcm(x,y)$ តាងតួចែករួមធំបំផុតនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន x និង y រួច $lcm(x,y)$ តាងពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃ x និង y ។

ចំណោទទី២ ABC ជាត្រីកោណមួយ។ M និង N រៀងគ្នា ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AB និង AC ។ ចំណុច K និង L ត្រូវបានជ្រើសរើស រៀងគ្នា នៅខាងក្នុងដាច់ខាត ត្រីកោណ BMC និង BNC ដែល K នៅខាងក្នុងដាច់ខាត ត្រីកោណ ABL និង L នៅខាងក្នុងដាច់ខាត ត្រីកោណ AKC ។ ឧបមាថា

$$\angle KBA = \angle ACL, \qquad \angle LBK = \angle LNC, \qquad \text{និង} \qquad \angle LCK = \angle BMK$$

យក O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារិកក្រៅត្រីកោណ AKL ។ បង្ហាញថា $OM = ON$ ។

ចំណោទទី៣ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត។ ខេមរា និងធីតា មានដំបងមួយមានប្រវែង 1 និងចង់ចែកដំបងគ្នាជាកំណាត់ៗ។ ខេមករា ក្រិតយ៉ាងច្រើន n ចំណុចនៅលើដំបង និង ធីតាក្រិតយ៉ាងច្រើន n ចំណុចនៅលើដំបង។ ចំណុចក្រិតទាំងអស់ផ្សេងៗគ្នាពីរៗ។ គាត់ទាំងពីរនាក់ កាត់ដំបងត្រង់ចំណុចក្រឹត ដែលបង្កើតបានចំនួនមួយនៃកំណាត់ដំបងតូចៗ។ បន្ទាប់មកដោយធ្វើម្តងម្នាក់ ដោយចាប់ផ្តើមពីខេមរា រួចធីតា ដែលដល់វេនជ្រើសរើសកំណាត់ដំបងដែលមិនទាន់បានជ្រើសរើស។ គោលបំណងនៃអ្នកលេងល្បែងនីមួយៗគឺធ្វើអតិបរិមាកម្មផលបូកសរុបនៃប្រវែងកំណាត់ដំបងតូចៗនៃដំបងដែលបានជ្រើសរើស។
ចំពោះគ្រប់ n កំណត់តម្លៃធំបំផុត c ដែលខេមា ធានាបានប្រវែងដំបងសរុប c យ៉ាងតិច ទោះជាការជ្រើសរើសរបស់ធីតាយ៉ាងណាក៏ដោយ។

:

រយៈពេល ៖ ៤ ម៉ោង ៣០នា
ចំណោទនីមួយៗទទួលបាន៧ ពិន្ទុ

ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍ ទី១៦ កក្កដា ២០២៦

ចំណោទទី៤ សានយូ និង មូឡាន លេងល្បែងមួយ។ θ ជាចំនួនពិតផ្ទៀងផ្ទាត់ $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ដែលអ្នកលេងល្បែងទាំងពីរត្រូវស្គាល់។ នៅដំបូង សានយូ បង្កើតត្រីកោណ T មួយដែលមានទម្រង់ចង់បាន។ បន្ទាប់មក នៅនាទីនីមួយៗ សានយូ និង មូឡាន ធ្វើការផ្លាស់ប្តូររូបរាងខាងក្រោម៖

- បើត្រីកោណ T មានយ៉ាងតិច មុំមួយមានរង្វាស់ θ គិតជាដឺក្រេ នោះល្បែងត្រូវបញ្ចប់ និង មូឡាន ឈ្នះ។
- បើមិនមែនករណីនេះទេ មូឡាន ជ្រើសរើសចំណុច P មួយនៅលើជ្រុងមួយនៃជ្រុងនៃ T ផ្សេងពីកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណ T ។ បន្ទាប់មក គាត់កាត់ត្រីកោណតាមបន្ទាត់ត្រង់រវាងចំណុច P និងកំពូលឈមនឹង P ក្នុងត្រីកោណ T ដែលបង្កើតបានត្រីកោណក្រដាស់ពីរ។
- សានយូ ចោលត្រីកោណមួយនៃត្រីកោណទាំងពីរ។ ត្រីកោណដែលនៅសល់ក្លាយជាត្រីកោណថ្មី ហៅ T ដដែល។

តើចំពោះតម្លៃនៃចំនួនពិត θ ណាដែល មូឡាន ធានាឈ្នះនៅពេលកំណត់ ទោះជា សានយូ លេងល្បែងយ៉ាងណាក៏ដោយ ?

ចំណោទទី៥ យក $\mathbb{R}_{>0}$ ជាសំណុំចំនួនពិតវិជ្ជមានដាច់ខាត។ កំណត់អនុគមន៍ $f\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}_{>0}$ ទាំងអស់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$\sqrt{\frac{x^2+f(y)^2}{2}} \geqslant \frac{f(x)+y}{2} \geqslant \sqrt{xf(y)}$$

ចំពោះគ្រប់ $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$ ។

ចំណោទទី៦ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ជាស្វ៊ីតមិនកំណត់នៃចំនួនគត់វិជ្ជមានធំជាង 1 ។ ឧបមថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ចំនួន a_{n+1} ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុត ធំជាង a_n ដែល $gcd(a_{n+1}, a_i) > 1$ ចំពោះ $i = 1, 2, \ldots, n$ ។
បង្ហាញថាមានចំនួនគត់វិជ្ជមាន T និង L ដែល

$$a_{n+T} = a_n + L$$

ចំពោះចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ។
កំណត់សម្គាល់៖ $gcd(x, y)$ តាងតួចែករួមធំបំផុតនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន x និង y ។

:

រយៈពេល ៖ ៤ ម៉ោង ៣០នាទី
ចំណោទនីមួយៗទទួលបាន៧ ពិន្ទុ