



çərşənbə, 15. iyul 2026

Məsələ 1. Taxta üzərində 1-dən böyük 2026 dənə tam ədəd yazılıb, belə ki, ədədlər öz aralarında bərabər ola bilərlər. Konfutsi hər gedişdə $m > 1$ və $n > 1$ olan, lövhədəki fərqli yerlərdən götürülmüş 2 tam ədəd seçir və onları aşağıdakı iki ədədlə əvəz edir:

$$\gcd(m, n) \quad \text{və} \quad \frac{\text{lcm}(m, n)}{\gcd(m, n)}.$$

O, mümkün olduğu müddətcə gediş etməyə davam edir.

(a) İsbat edin ki, Konfutsinin gedişlərindən asılı olmayaraq, ən sonda taxtada yalnız bir tam M ədədi 1-dən böyük olacaq.

(b) İsbat edin ki, bu M qiyməti Konfutsinin etdiyi seçimlərdən asılı deyil.

(Qeyd edək ki, $\gcd(x, y)$ ilə x və y ədədlərinin ən böyük ortaq böləni, $\text{lcm}(x, y)$ ilə x və y ədədlərinin ən kiçik ortaq bölünəni nəzərdə tutulub.)

Məsələ 2. Verilmiş ABC üçbucağında M və N nöqtələri uyğun olaraq AB və AC tərəflərinin orta nöqtələri olsun. K və L nöqtələri uyğun olaraq BMC və BNC üçbucaqlarının tam-ciddi daxilində elə seçilib ki, K nöqtəsi ABL üçbucağının tam-ciddi daxilində və L nöqtəsi AKC üçbucağının tam-ciddi daxilində yerləşir. Fərz edək ki:

$$\angle KBA = \angle ACL, \quad \angle LBK = \angle LNC, \quad \text{və} \quad \angle LCK = \angle BMK.$$

O nöqtəsi AKL üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi olsun. İsbat edin ki, $OM = ON$.

Məsələ 3. n müsbət tam ədəd olsun. Ləman və Xəyalın bir ədəd 1 metrlik çubuğu var və onlar bu çubuğu öz aralarında bölmək istəyirlər. Əvvəlcə Ləman çubuğun üzərinə ən çoxu n nöqtə çəkir, eynilə Xəyal da Ləmandan sonra çubuq üzərinə ən çoxu n nöqtə çəkir. Çəkilən nöqtələrin hamısı fərqlidir. Verilən çubuq çəkilən bütün nöqtələr olan yerlərdən kəsilir və kiçik parçalar yaranır. Daha sonra, Ləman və Xəyal parçaları yerdən bir-bir sırayla götürməyə başlayır və Ləman birinci başlayır. Hər oyunçunun hədəfi özündə olan parçaların cəmlənmiş uzunluğunu maksimallaşdırmaqdır.

Hər n üçün elə ən böyük c ədədini tapın ki, Xəyalın oyunundan asılı olmayaraq Ləman özündə olan parçaların cəmi uzunluğunun ən azı c olacağına əmin olsun.



cümə axşamı, 16. iyul 2026

Məsələ 4. Şahin və Mehdi oyun oynayırlar. θ bucağı $0^\circ < \theta < 180^\circ$ iki oyunçuya da məlum olacaq şəkildə seçilir. Ən başda Şahin ölçülərini özü seçdiyi $\mathcal{T}$ üçbucağını qurur. Daha sonra onlar aşağıdakı gedişləri təkrarlayırlar:

- Əgər $\mathcal{T}$ üçbucağının ən azı bir bucağı θ -ya bərabədirsə, oyun bitir və Mehdi qalib gəlir.
- Digər halda isə, Mehdi $\mathcal{T}$ üçbucağının perimetri üzərindən üç küncdən də fərqli olan P nöqtəsi seçir. O, daha sonra T üçbucağında P nöqtəsi ilə onun qarşısında duran künc nöqtəsini birləşdirən xətt boyunca üçbucağı iki üçbucağa bölür.
- Şahin yaranan iki üçbucaqdan birini silir. Yerdə qalan üçbucaq əvvəlki T üçbucağını əvəzləyir.

Hansı həqiqi θ qiymətləri üçün Mehdi qalib gələcəyinə Şahinin necə oynayacağından asılı olmayaraq əmin ola bilər?

Məsələ 5. $\mathbb{R}_{>0}$ müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu olsun. Bütün elə $f: \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ funksiyalarını tapın ki, hər $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$ ədədləri üçün

$$\sqrt{\frac{x^2 + f(y)^2}{2}} \geq \frac{f(x) + y}{2} \geq \sqrt{xf(y)}$$

bərabərsizlikləri ödənilir.

Məsələ 6. $a_1, a_2, a_3, \dots$ ədədləri hamısı 1-dən böyük olan sonsuz müsbət tam ədədlər ardıcılığı olsun. Bütün n müsbət tam ədədləri üçün, a_{n+1} ədədi a_n -dən böyük elə ən kiçik müsbət tam ədəd olsun ki, hər bir $i = 1, 2, \dots, n$ üçün $\gcd(a_{n+1}, a_i) > 1$ olsun. İsbat edin elə T və L ədədləri var ki, bütün müsbət tam n ədədləri üçün

$$a_{n+T} = a_n + L$$

şərti ödənilir.

(Qeyd edək ki, $\gcd(x, y)$ ilə x və y ədədlərinin ən böyük ortaq böləni nəzərdə tutulub.)