



المسألة 1 :

أوجد جميع الدوال $f : R \longrightarrow R$ بحيث تكون المساواة

$$f([x]y) = f(x)[f(y)]$$

محقة لكل $x, y \in R$. (حيث $[z]$ يدل على أكبر عدد صحيح أصغر أو يساوي العدد z).
حيث أن R مجموعة الأعداد الحقيقية.

المسألة 2 :

ليكن I مركز المثلث ABC ولتكن Γ الدائرة المارة من رؤوسه. ليكن المستقيم AI يقطع الدائرة Γ بنقطة أخرى D .
لتكن E نقطة من القوس BDC و F نقطة على الضلع BC بحيث يكون :

$$\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC$$

أخيراً ، لتكن G منتصف القطعة المستقيمة IF . برهن أن المستقيمين DG و EI يتقاطعان على الدائرة Γ .

المسألة 3 :

لتكن N مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة. أوجد جميع الدوال $g : N \longrightarrow N$

بحيث يكون العدد $(g(m)+n)(m+g(n))$ مربعاً كاملاً لكل $n, m \in N$.

الزمن : ٤ ساعات و ٣٠ دقيقة

الدرجة النهائية لكل سؤال ٧ درجات



المسألة 4 :

لتكن P نقطة داخل مثلث ABC و Γ الدائرة المارة برؤوسه . المستقيمت AP, BP, CP تقطع الدائرة Γ في النقط M, L, K على الترتيب . المماس من نقطة C يقطع امتداد AB في S . بفرض أن $SC = SP$ ، فبرهن أن $MK = ML$.

المسألة 5 :

لدينا ستة صناديق $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ ، في البداية يوجد في كل صندوق قطعة نقدية واحدة . هناك صنفين من العمليات المسموح بها :

الصنف الأول : نختار صندوق غير فارغ B_j حيث $1 \leq j \leq 5$ ونسحب قطعة نقدية واحدة من B_j ونضيف قطعتين نقديتين إلى الصندوق B_{j+1} .

الصنف الثاني : نختار صندوق غير فارغ B_k حيث $1 \leq k \leq 4$ ونسحب قطعة نقدية واحدة من B_k ونبادل بين محتوى الصندوقين (ممكن أن يكونا فارغين) B_{k+1} و B_{k+2} .

هل من الممكن بعد سلسلة منتهية من هذه العمليات أن نحصل على النتيجة التالية :

الصناديق B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 فارغة والصندوق B_6 يحتوي بالضبط على 2010^{2010}

$$(\text{لاحظ أن } a^{b^c} = a^{\left(b^c\right)})$$

المسألة 6 :

لتكن $a_1, a_2, a_3, \dots$ متتالية من الأعداد الحقيقية الموجبة . بفرض أنه من أجل عدد صحيح موجب s ، لدينا

$$a_n = \max (a_k + a_{n-k}) \quad \text{حيث أن } 1 \leq k \leq n-1$$

وذلك لكل $n > s$. برهن على أنه يوجد عدنان صحيحان موجبان N و ℓ حيث $\ell \leq s$ ويكون $a_n = a_\ell + a_{n-\ell}$ لكل $n \geq N$.

الزمن : ٤ ساعات و ٣٠ دقيقة