50th International Mathematical Olympiad
Bremen | Germany | 2009

Language: Singhalese

Day: 1

1. n යනු ධන නිඛිලයක් වේවා. $a_1, \ldots, a_k$ $(k \geq 2)$ යනු $1, \ldots, n$ යි සැලකෙහි භාජක සහ $i = 1, \ldots, k-1$ සඳහා $a_i (a_{i+1} - 1)$, n යිලින් වෙදෙන සියඵලට වඩාත් නිකිළ ලෙස ගනිමු. n යිලින් $a_k (a_1 - 1)$ වෙදෙන බව පෙන්වන්න.

2. ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් වේවා. P හා Q යනු පිළිවෙලින් CA හා AB හි වූ ඒවා BC හි ලම්බපාද වේ. K, L හා M යනු පිළිවෙලින් BP, CQ හා PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ලෙසද, Γ යනු K, L හා M හරහා යන වෘත්තයක් ලෙසද ගනිමු. PQ හි Γ වෘත්තය ස්පර්ශ කරන්නේ යැයි සිතමු. $OP = OQ$ බව සාධනය කරන්න.

3. $s_1, s_2, s_3, \ldots$ යනු ඉතා විශාල වැඩිවන ධන නිඛිල ඉනුමියක්ද එහි $s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \ldots$ හා $s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \ldots$ ද ඉනුමි දෙකෙහි සියඵලම පොදු ඉනුමි යෙදියහැකිනම්, $s_1, s_2, s_3, \ldots$ ඉනුමියද සියඵලම පොදු ඉනුමියක් බව පෙන්වන්න.

කාලය: පැය 4 ත්‍රිකාල 30
ලකුණු අගය 7 බැගින්

Language: Sinhalese

50th International Mathematical Olympiad
Bremen | Germany | 2009

Language: Singhalese

Day: 2

4. ABC යනු $AB=AC$ වන ත්‍රිකෝණාකාරයක් බවත්, $\angle CAB$ හා $\angle ABC$ මිල, කෝණාසන්නිහිත පිළිවෙලින් BC හා CA යන පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය D හා E බව දී ඇත. K යනු ADC ත්‍රිකෝණයේ අන්තර්ලේඛිත කේන්ද්‍රය බවත් දී ඇත. $\angle BEK = 45^\circ$ වන බව සාධනය කරන්න. $\angle CAB$ ට හැකි සියලු අගයන් සොයන්න.

5. ධන නිඛිල කුලකය යනු ධන නිඛිල කුලක යම් f ශ්‍රිතයක් සඳහා a, b යන ඕනෑම ධන නිඛිල සඳහා a, $f(b)$ හා $f(b+f(a)-1)$ යන සංඛ්‍යා තුනෙහි අවයව වන පරිදි ත්‍රිකෝණාකාර බව සාධනය කරන්න.

6. $a_1, a_2, \ldots, a_n$ එකිනෙකට වෙනස් ධන නිඛිල n යනු ධන නිඛිලයක් වන $s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ ඇතුලත් නොවන කුලකයක් ලෙසද ගනිමු. නන්දෙ ලඟෙන්නොත් කාන්තිය රේඛාවේ 0 ට වඩා දකුණු පැත්තේ $a_1, a_2, \ldots, a_n$ යන ස්ථාන වල n ගණනක් කාර්යබහුල ඉංජිනේරුවරුන්ට වැඩ කරයි. නන්දෙ ලඟෙන්න M ට නියෝග ලබාගැනීමට යන්න නොමැති වන්දේ ඉංජිනේරුවරුන්ව කොටු කළ හැකි විදිහ පෙන්වන්න.

Language: Sinhalese

කාලය: පැය 4 විනාඩි 30
ලකුණු 7 බැගින්.