12 ජූලි 2006

ගැටළුව 1. ABC ත්‍රිකෝණයේ අන්තඃකේන්ද්‍රය I ලෙස ගන්න. මෙම ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තරයේ ඇති P නම් ලක්ෂ්‍යය $\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$ තෘප්තිමත් කරයි. $AP \geq AI$ බව **පෙන්වා**, සමානතාවය $P = I$ වන විට පමණක් බව පෙන්වන්න.

ගැටළුව 2. P සංඛ්‍යාව 2006 – සුවඳයි. P හි විකර්ෂ්‍යයන්ය අන්න ලක්ෂ්‍යය එහි කාර්ය P හි ඒකක දුරින් සංවර්ධනයක් සහිත නොවන්නේ දෙපැත්තට බෙදුවි නම් එම විකර්ෂ්‍යය හොඳ යැයි කියනු ලැබේ. P හි ඒකක හොඳ ලෙස සැලකේ.

P එහි අභ්‍යන්තරයේ හොඳ ලක්ෂ්‍යය නොවිනි විකර්ෂ්‍ය 2003 කින් ත්‍රිකෝණ මෙලෙස මෙවැනි ඒවා යැයි පිහිටන්න. එවිඳු විකර්ෂ්‍යයකට එකී ඒය තුළ ඒකක දුරින් සහිත සම්පූර්ණ ත්‍රිකෝණ කිසියම් සංඛ්‍යාවක් ඇත යන්න.

ගැටළුව 3. $|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$ අසමානතාවය සියලු නාත්මික a, b හා c සඳහා තෘප්තිමත් කරන කුඩාම නාත්මික M සංඛ්‍යාව නිර්ණය කරන්න.

කාලය: පැය 4 මිනිත්තු 30
ගැටළුවට ලකුණු 7 බැගින් ලැබේ.

13 වැනි 2006

ගැටලුව 4. $1+2^x+2^{2x+1}=y^2$ වන ඍණ නොවන නිඛිල යුගල (x,y) සොයන්න.

ගැටලුව 5. $P(x)$ යනු කුලය $n>1$ වන නිඛිල සංගුණක සහිත බහුපදයක්ද k යනු ධන නිඛිලයක්ද වේ. P k වරක් වන් විට $Q(x)=P(P(\ldots P(P(x))\ldots))$ බහුපදය ගනිමු. $Q(t)=t$ වන නිඛිල t සියල්ල ම n හෝ අඩු නිඛිල වේ.

ගැටලුව 6. P ධන්‍යතාවය b නම් සියලු ම ධන්‍ය නිඛිල b හා P බහුපදයේ සංගුණක ධන්‍ය නිඛිල බවත් P බහුපදයේ ඒකාන්තර ගණ නිඛිල වර්ගයක් බවත් දී ඇත. P හි සෑම නිඛිල විචලකයක් ම ධන්‍ය නිඛිල වර්ගයක් බවට පත් කරන P හි ඒකාන්තර ගණ අනන්ත වේ බව සාධනය කරන්න.

කාලය : පැය 4 මිනිත්තු 30
ගැටලු සඳහා ලකුණු 7 බැගින්.